$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(e^x-1\right)^2-e^x=0$

$\Leftrightarrow 2\left(e^{2x}-2e^x+1\right)-e^x=0$

$\Leftrightarrow 2e^{2x}-4e^x+2-e^x=0$

$\Leftrightarrow 2e^{2x}-5e^x+2=0$

$\Delta=(-5)^2-4\times2\times2=25-16=9$

Donc $e^x=\dfrac{5+3}{4}=2 \Leftrightarrow x=\ln 2$

ou

$e^x=\dfrac{5-3}{4}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=\ln\dfrac{1}{2}=-\ln 2$

D'où : $2e^{2x}-5e^x+2=2\left(e^x-2\right)\left(e^x-\dfrac{1}{2}\right)$

T.V :

x	$-\infty$ $-\ln2$	0	$\ln2$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$	‖	$-$ 0 $+$
$f(x)$	$-1-2\ln2$ ↗ ↘ $-\infty$ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ ↗ $+\infty$ $2\ln2+2$

$f(\ln 2)=2\ln 2+\dfrac{e^{\ln 2}}{e^{\ln 2}-1}$

$=2\ln 2+\dfrac{2}{2-1}=2\ln 2+2$

$f\left(\ln\dfrac{1}{2}\right)=2\ln\dfrac{1}{2}+\dfrac{e^{\ln\frac{1}{2}}}{e^{\ln\frac{1}{2}}-1}=2\ln\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1}$

$=2\ln\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}=2\ln\dfrac{1}{2}-1=-2\ln 2-1$

On a :

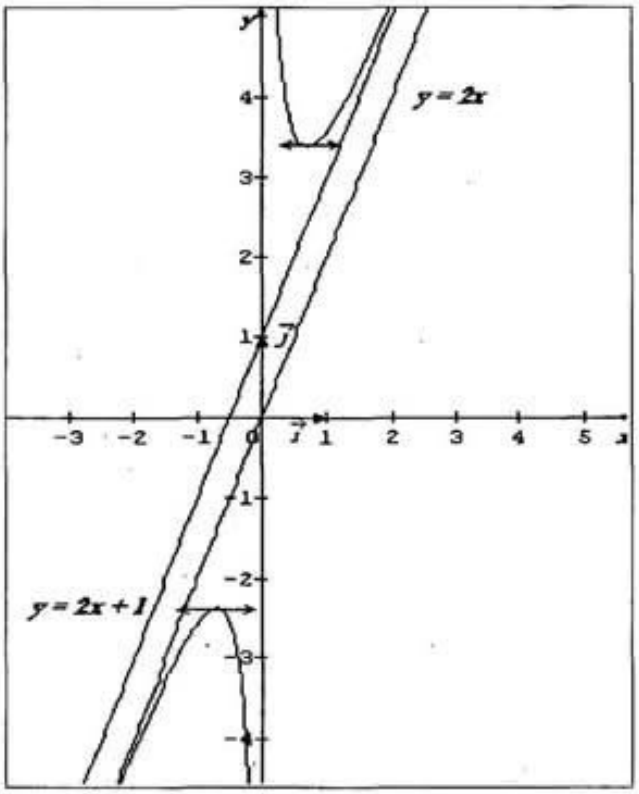
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-2x=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{e^x-1}=0$

$\Leftrightarrow \Delta: y=2x$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $-\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-2x=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{e^x-1}=1$

$\Leftrightarrow \Delta': y=2x+1$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$.

Remarque : on pourra étudier f et tracer C_f sur $]0,+\infty[$ puisque $I(0;0,5)$ est un centre de symétrie.



3) $2xe^x+(1-k)e^x-2x+k=0$

$\Leftrightarrow$

$2xe^x+e^x-ke^x-2x+k=0$

$\Leftrightarrow$

$2x\left(e^x-1\right)+k\left(1-e^x\right)+e^x=0$

$\Leftrightarrow$

$2x\left(e^x-1\right)+e^x=-k\left(1-e^x\right)$

$\Leftrightarrow$

$2x\left(e^x-1\right)+e^x=k\left(e^x-1\right), x\neq0$

$\Leftrightarrow$

$\dfrac{2x\left(e^x-1\right)}{e^x-1}+\dfrac{e^x}{e^x-1}=k.\dfrac{\left(e^x-1\right)}{e^x-1}$

$\Leftrightarrow$